Model rovnoměrně se rozpínajícího vesmíru

Mgr. Rostislav Szeruda
Roznov p.R. Czech Republic

22. března 2019

Abstrakt

This article deals with possibility of finding an alternative model to the expanding universe model which can be in accordance with our astronomical observation. There is considered an easy but not usual model of closed universe with $k = 1$, $\Lambda = 0$ and $\ddot{a} = 0$ providing that mass of this universe is not constant but stepwise increasing.

Klíčová slova: kosmologie, vesmír, model, černá díra, rychlost světla, temná hmota, temná energie

1 Vesmír rozpínající se stálou rychlostí

Obvykle předpokládáme, že není rozdíl mezi tím, jaký vesmír je a jak se nám jeví. Představme si, že se nacházíme v pokoji, jehož stěny se rozpínají a my se zároveň stejně rychle zmenšujeme. Jak by se nám pak tento pokoj jevil? To je myšlenka, na níž je tento model založen.

Uvažujme vesmír rozpínající se konstantní rychlostí. Elementární částice v něm se snaží pohybovat maximální možnou rychlostí. Rychlost rozpínání vesmíru představuje omezení, jakou okamžitou rychlostí se elementární částice uvnitř něj mohou pohybovat. Částice s nulovou klidovou hmotností (fotony) se tedy mohou pohybovat stejně rychle, jak se vesmír rozpíná. Pak rychlost rozpínání vesmíru známe:

$$\dot{a} \equiv c \tag{1}$$

c – rychlost světla ve vakuu

Ostatní částice s nenulovou klidovou hmotností mají tendenci se pohybovat stejně rychle, ale protože mají nenulovou klidovou hmotnost, nejsou schopny rychlosti světla ve vakuu dosáhnout. Čím víc se jejich rychlost blíží k rychlosti světla, tím více se jejich hmotnost zvyšuje a brání jim se pohybovat rychleji.

Uvažujme model vesmíru popsaný Friedmannovými rovnicemi:

$$3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{3kc^2}{a^2} - \Lambda c^2 = 8\pi G\rho \tag{2}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}\left(\rho c^2 + 3p\right) + \frac{\Lambda c^2}{3} \tag{3}$$

G – gravitační konstanta

$\rho = \rho(t)$ – hustota vesmíru

$p = p(t)$ – tlak ve vesmíru

a – expansní funkce vesmíru

$\dot{a}$ – rychlost rozpínání vesmíru (pro tento model $\dot{a} = c$)

$\ddot{a}$ – zrychlování rozpínání vesmíru (pro tento model $\ddot{a} = 0$)

k – index křivosti vesmíru

Λ – kosmologická konstanta

Uvažujme dále Riemannův prostor s kladnou křivostí, kde:

1. $k = 1$.
2. Kosmologická konstanta $\Lambda = 0$.

Friedmannovy rovnice se nyní výrazně zjednoduší:

$$\rho = \frac{3c^2}{4\pi G a^2} \tag{4}$$

$$p = -\frac{1}{3}c^2\rho \tag{5}$$

Hustota vemíru je nepřímo úměrná čtverci expansní funkce a. To znamená, že rovnoměrně se rozpínající vesmír je možný pouze za podmínky, že jeho hmotnost není konstantní, ale roste úměrně a. Čím víc hmoty vesmír obsahuje, tím je větší a naopak.

Pro uzavřený vesmír ($k = 1$) můžeme expanzní funkci a nazvat poloměrem vesmíru. Objem vesmíru představuje představuje povrch 4-rozměrné koule - tedy elementární mezisféru s povrchy $4\pi a^2 \sin\psi^2$ a tloušťkou $a\mathrm{d}\psi$ ($0 \leq \psi \leq \pi$). Získáme ho integrací:

$$V = a^3 4\pi \int_0^\pi \sin^2\psi \mathrm{d}\psi = 2\pi^2 a^3 \tag{6}$$

Hmotnost vesmíru je pak dána vztahem:

$$M_v = \frac{3\pi c^2 a}{2G} \tag{7}$$

2 Počáteční parametry vesmíru

Uvažujme, že vesmír nezapočal svou existenci se vší hmotou, která je v něm obsažena dnes, ale zrodil se z jediného kvanta energie o hmotnosti M_0 v prostoru o velikosti minimálního vlnového klubka:

$$a_0 = \frac{\hbar}{2M_0 c} = \frac{G\hbar}{3\pi a_0 c^3} \tag{8}$$

Tedy

$$a_0 = \sqrt{\frac{G\hbar}{3\pi c^3}} \cong 5.26 \times 10^{-36}\, m \tag{9}$$

Nejmenší časový interval je potom:

$$t_0 = \frac{a_0}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{3\pi c^5}} \cong 1.76 \times 10^{-44}\, s \tag{10}$$

Hmotnost prvotního kvanta vesmíru M_0 je dána vztahem:

$$M_0 = \sqrt{\frac{3\pi\hbar c}{4G}} \cong 3.34 \times 10^{-8}\, kg \tag{11}$$

Vesmír, který tu popisujeme, připomíná černou díru. Její velikost je přímo úměrná množství hmoty, kterou obsahuje

$$a_\bullet = \frac{2GM_\bullet}{c^2} \tag{12}$$

$a_\bullet$ – poloměr černé díry (Schwarzschildův poloměr, horizont událostí)

$M_\bullet$ – hmotnost černé díry.

Hmotnost prvotního kvanta vesmíru M_0 je dost velká na to, aby vytvořila černou díru, protože minimální hmotnost černé díry je dána Planckovým vztahem:

$$M_{\bullet_0} = \sqrt{\frac{\hbar c}{4G}} \cong 1.09 \times 10^{-8}\, kg \tag{13}$$

Prvotní kvantum se tedy nacházelo pod horizontem událostí, který začínal ve vzdálenosti danou minimální velikost černé díry:

$$a_{\bullet_0} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \cong 4.96 \times 10^{-35}\, m \tag{14}$$

Černá díra o této hmotnosti je charakterizována teplotou:

$$T_{\bullet_0} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G M_{\bullet_0}} = 1.13 \times 10^{31}\,\mathrm{K} \tag{15}$$

3 Vývoj vesmíru

Nechť se hmotnost vesmíru se může měnit po kvantech odpovídajících hmotnosti prvotního kvanta M_0. Pak i velikost vesmíru se bude měnit po diskrétních hodnotách a stejně tak i plynutí času nebude spojité, ale bude probíhat po elementárních skocích:

$$M_v = nM_0 \tag{16}$$

$$a = na_0 \tag{17}$$

$$t = nt_0 = n\frac{a_0}{c} \tag{18}$$

n – přirozené číslo větší než nula.

Prostor, kde se prvotní kvantum může vyskytovat je omezen expansní funkcí vesmíru a. Když hmota vesmíru začne narůstat, zvětší se a a hmota bude mít více prostoru, kde se bude moci nacházet a pohybovat. Celková energie vesmíru je přitom stále nulová.

Vesmír může mít nulovou celkovou energii, když celková gravitační potenciální energie, která drží všechny jeho součástí pohromadě, je záporná a v absolutní hodnotě je přesně rovna součtu veškeré kladné energie ve vesmíru, která je obsažena v hmotnostech a pohybech částic.

Nárust hmoty uvnitř vesmíru neprobíhá tak, že by se někde lokálně objevila nová hmota, ale tak, že se zvyšuje rychlost pohybu počátečního kvanta energie, či všech kvant z něj vzniklých, na rychlost blízkou rychlosti světla ve vakuu:

$$M_v = \alpha_{v_m} M_0 = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v_m^2}{c^2}}} = nM_0 \tag{19}$$

v_m – okamžitá rychlost pohybu všech elementárních částic s nenulovou klidovou hmotností. Uvažujme, že tato rychlost je stejná pro všechna kvanta energie ve vesmíru. Výsledná rychlost částic tvořených těmito kvanty se ale může jevit nižší vzhledem k tomu, že kvanta energie se mohou pohybovat prostorem tam a zpět.

Okamžitá rychlost kvant energie s klidovou hmotností je dána:

$$v_m = \dot{a}\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = c\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \tag{20}$$

Čím je vesmír starší, tím je okamžitá rychlost částic s nenulovou klidovou hmotností blíže rychlosti rozpínání vesmíru.

$$\lim_{n \to \infty} v_m = c$$

V současnosti jsou tyto dvě hodnoty prakticky nerozlišitelné.

Představíme-li si kvanta energie jako pohybující se jednorozměrné objekty, jejich velikost by se měla jevit menší z důvodu relativistické kontrakce:

$$l = \frac{l_0}{\alpha_{v_m}} = l_0\sqrt{1 - \frac{v_m^2}{c^2}} \tag{21}$$

Vnitřní pozorovatel neví, že se zmenšuje a s ním i celá jeho planeta, Sluneční soustava či jeho galaxie, zatímco se vesmír samotný rozpíná. Protože poměřuje rozpínání vesmíru vůči sobě, bude se mu zdát, že se vesmír rozpíná rychleji, než je tomu ve skutečnosti. Díky kontrakci vzdálenosti se mu bude jevit gravitační síla větší, což přisoudí větší hmotnosti interagujících objektů.

Z pohledu vnitřního (i - interního) pozorovatele se tedy velikost a hmotnost vesmíru bude jevit:

$$a_i = \alpha_{v_m}^2 a_0 = n^2 a_0 \tag{22}$$

$$M_i = \alpha_{v_m}^2 M_0 = n^2 M_0 \tag{23}$$

Skutečnost, že se vesmír rozpíná rychlostí $\dot{a} = c$ kolmo k našim třem dimenzím a ke všem vektorům rychlosti v něm, můžeme vyjádřit dodáním imaginárního členu před hodnotu rychlosti expanze. Obecně můžeme vyjádřit rychlost hmotného objektu w tímto způsobem:

$$w = v + \mathrm{i}\dot{a} \tag{24}$$

v – rychlost v našem 3-dimenzionálním prostoru

Druhou mocninu w pak můžeme vyjádřit ve tvaru:

$$w^2 = v^2 - \dot{a}^2(1 - \frac{v^2}{c^2}) \tag{25}$$

Nyní Einsteinův relativistický koeficient α nabývá obecnější tvar:

$$\alpha_w = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}} = \alpha_v \alpha_{\dot{a}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\dot{a}^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{26}$$

První koeficient α_v ve vztahu (26) je standardní tvar Einsteinova koeficientu α. Druhý koeficient $\alpha_{\dot{a}}$ je svázaný s rychlostí rozpínání vesmíru a je konstantní. Vesmír se nám tedy bude jevit $\sqrt{2}$ krát větší ale nikoliv hmotnější.

$$a_i = \sqrt{2} n^2 a_0 \tag{27}$$

$$M_i = \frac{\sqrt{2} n^2 3\pi c^2 a_0}{2\sqrt{2} G} = n^2 M_0 \tag{28}$$

Hustota takového vesmíru se bude jevit rovna kritické hustotě:

$$\rho_i = \frac{3c^2}{4\pi G\rho(\frac{a}{\alpha_{\dot{a}}})^2} = \frac{3\dot{a}^2}{8\pi G a^2} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \rho_k \tag{29}$$

H – Hubbleova konstanta:

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \frac{c}{a} \tag{30}$$

Hustota vesmíru, pro vnitřního pozorovatele, se jeví rovna kritické hustotě. To je v souladu s pozorováním. Na rozdíl od inflačního modelu se tak děje nejen efektivně. Celý vesmír se proto jeví jako nezakřivený - plochý, i když ve skutečnosti je uzavřený.

4 Tlak ve vesmíru

Změna vnitřní energie vesmíru odpovídá změně jeho energie. Vesmír si nevyměňuje teplo se svým okolím. Potom první věta termodynamiky má jednoduchý tvar, který můžeme vyjádřit:

$$\mathrm{d}U = -p\mathrm{d}V = c^2\mathrm{d}M. \tag{31}$$

Pohyb hmoty ve směru rozpínání vesmíru a její časový nárust vyvolávají sílu, která má velikost:

$$F = \mathrm{i}^2\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}c = -\frac{3\pi c^4}{2G} \tag{32}$$

Tato síla působí na plochu:

$$S = 6\pi^2 a^2 \tag{33}$$

Vzniká tak tlak, který již známe ze vztahu (5):

$$p = \frac{-c^4}{4G\pi a^2} = -\frac{1}{3}c^2\rho \tag{34}$$

Tlak ve vesmíru je záporný při kladné hustotě energie. Hmota a záření ovšem vytvářejí pozitivní tlak. Ten se tak jeví spíše jevem lokálním působícím v třírozměrném prostoru, který na čtyřdimenzionální vesmír jako celek nemá žádný vliv.

5 Vyzařování a teplota vesmíru

Třírozměrné černé díry vyzařují energii ze svého horizontu do okolního prostoru. Horizont černé díry svázané s vesmírem produkuje záření pohybující se po povrchu 4-rozměrné koule a zůstává jeho součástí. Jak se vesmír rozšiřuje, chladne tak, že jeho teplota odpovídá aktuální teplotě horizontu černé díry.

Teplota záření vyzářeného na počátku vesmíru je dnes stejná jako teplota záření původem z horizontu událostí. Vesmír se tak jeví jako vnitřek černého tělesa, kde hustota záření je dána vztahem:

$$U = \frac{\pi^2}{15} \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3} \tag{35}$$

Pro teplotu reliktního záření $T_r = 2.726\,\mathrm{K}$ vyplývá ze vztahu (34) hustota energie $U \cong 4.18 \times 10^{-14}\,\mathrm{Jm}^3 \cong 0.26\,\mathrm{eVcm}^3$, což odpovídá naměřené hodnotě hustoty reliktního záření $0.25\,\mathrm{eVcm}^3$.

Jestliže teplota vesmíru na jeho počátku odpovídala teplotě horizontu černé díry dle vztahu (15), dnes by měla odpovídat teplotě:

$$T_{\bullet_n} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G M_{\bullet_n}} = \frac{T_{\bullet_0}}{n} \tag{36}$$

Pokud teplota reliktního záření $T_r = 2.726\,\mathrm{K}$ odpovídá současné teplotě vesmíru a zároveň teplotě záření původem z raného vesmíru:

$$n \cong 4.14 \times 10^{30} \tag{37}$$

Velikost vesmíru (z pohledu vnitřního pozorovatele) je pak:

$$a_i = \sqrt{2} n^2 a_0 \cong 1.27 \times 10^{26}\,\mathrm{m} \tag{38}$$

Hubbleova konstanta H je dle (29):

$$H = \frac{c}{a} \cong 2.35 \times 10^{-18}\,\mathrm{s}^{-1} \cong 72.63\,\mathrm{kms}^{-1}\mathrm{Mpc}^{-1} \tag{39}$$

Tato hodnota je v souladu s hodnotou Hubbleovy konstanty určenou v roce 2018: $H = 73,52 \pm 1,62\,\mathrm{km}s^{-1}Mpc^{-1}$. Aktuální věk vesmíru je tedy:

$$t = \frac{1}{H} \cong 13.5 \times 10^9\,\mathrm{let} \tag{40}$$

Hmotnost vesmíru vychází (z pohledu vnitřního pozorovatele):

$$M_i = n^2 M_0 \cong 5.72 \times 10^{53}\,\mathrm{kg} \tag{41}$$

6 Viditelná a neviditelná hmota

Víme již, jak se mění hmotnost a velikost vesmíru jako celku. Jak se však mění hmotnost a velikost jeho částí? Hmotnost všech hmotných objektů by se měla měnit, pro vnitřního pozorovatele, dle vztahu:

$$m_2 = m_1 \frac{t_2}{t_1} = m_1 \frac{n_2^2}{n_1^2} \tag{42}$$

m_1 – hmotnost objektu v čase $t_1 (\sim n_1^2)$

m_2 – hmotnost objektu v čase $t_2 (\sim n_2^2)$

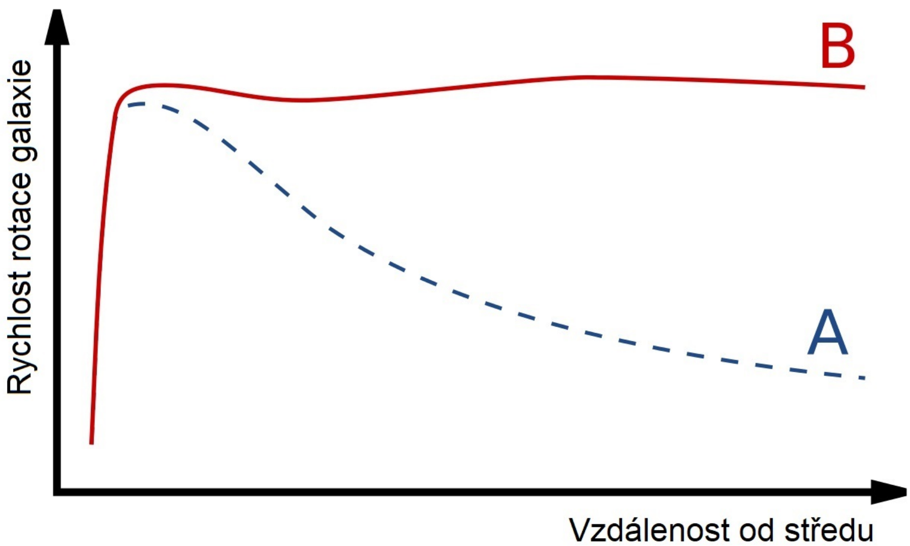
To že tento vztah skutečně platí, můžeme pozorovat na pohybu hmoty kolem center galaxií. Vně galaxie by se hmota měla, dle standardního modelu, pohybovat rychlostí (viz křivka A na obrázku 1):

$$v^2 = \frac{GM_g}{r} \tag{43}$$

M_g – hmotnost galaxie

r – vzdálenost od středu galaxie

Jestliže hmota na okraji galaxií je tažena pryč od centra galaxie v důsledku rozpínání vesmíru a roste se vzdáleností ($M_g(r) \sim r$) dle vztahu (42), i když většinu této hmoty nelze pozorovat, pak rychlost jejich pohybu kolem gravitačního centra galaxie zůstane stejná, což je v souladu s pozorováním (křivka B v obrázku 1) – rotační křivka se stává od určité vzdálenosti od centra plochá.



Obrázek 1: Závislost oběhové rychlosti na vzdálenosti od středu galaxie

Vztah (42) popisuje celkové množství hmoty (viditelné i té neviditelné) narůstající v závislosti na čase a rozpínání vesmíru. Jak je tomu s viditelnou hmotou? Platí-li vztah (42) i pro fotony, a přesto pozorujeme rudý posuv, znamená to, že musí docházet k fragmentaci prvotního kvanta energie do většího počtu menších kvant. Pro fotony:

$$m_{f2} = m_{f1} \frac{n_{f1}}{n_{f2}} \frac{t_2}{t_1} \tag{44}$$

n_{f1} – počet fotonů v čase t_1

n_{f2} – počet fotonů v čase t_2

m_{f1} – hmotnost fotonu v minulosti v čase t_1

m_{f2} – hmotnost fotonu v minulosti v čase t_2

Jestliže vesmír s teplotou T_1 v čase t_1 obsahoval n_{f1} částic, pak by měl mít v čase t_2 teplotu T_2 a obsahovat n_{f2} částic:

$$\frac{n_{f2}}{n_{f1}} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} \frac{T_1}{T_2} = \frac{a_2}{a_1} \frac{T_1}{T_2} = \frac{t_2}{t_1} \frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2^3}{n_1^3} \tag{45}$$

Po vložení do (44):

$$m_{f2} = m_{f1} \frac{T_2}{T_1} = m_{f1} \frac{n_1}{n_2} \tag{46}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{T_1}{T_2} = \lambda_1 \frac{n_2}{n_1} \tag{47}$$

Protože teplota vesmíru klesá, hmotnost fotonů musí klesat také. Záření na cestě vesmírem chladne. K cíli ale dorazí více fotonů - tolik, jako by vesmír v minulosti obsahoval stejné množství hmoty jako dnes.

Hmotnost částic s nenulovou klidovou hmotností poroste dle (42), ale zároveň jejich vlnová délka se bude prodlužovat dle (47). Jejich hmotnost bude, z pohledu vnitřního pozorovatele, dána vztahem:

$$m_2 = m_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{t_2}{t_1} = m_1 \frac{n_2}{n_1} \tag{48}$$

m_1 – hmotnost částice s klidovou hmotností v čase t_1

m_2 – hmotnost částice s klidovou hmotností v čase t_2

Hmotnost vesmíru roste, ale počet kvant energie narůstá rychleji, a tak hmotnost kvant energie se snižuje. Nejmenší hmotná kvanta mají nyní velikost:

$$M_{0n} = \frac{n^2 M_0}{n^3} = \frac{M_0}{n} \cong 8.08 \times 10^{-39}\,\mathrm{kg} \tag{49}$$

Vztahy (46) a (48) popisují pozorovatelnou hmotnost. Ta je zjevně menší, než hmotnost, kterou by měl mít sledovaný hmotný systém dle vztahu (42). Hmotu odpovídající tomuto rozdílu, nemůže přímo pozorovat, ale můžeme pozorovat její gravitační účinky. Nejedná se o nic nám neznámého - nazýváme ji: “temnou hmotou”. Právě ona představuje onu ”chybějící”hmotu kolem galaxií.

7 Pozorovatelné množství energie

S celým vesmírem je svázán standardizovaný vlnový balík, který se pohybuje ve směru rozpínání vesmíru:

$$|\psi(a;t)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta a_t} \exp\left[-\frac{(a-ct)^2}{2(\Delta a_t)^2}\right] \tag{50}$$

Vlnové klubko svázané s vesmírem vykazuje dispersi, která způsobuje, že se jeví být větší. Protože hmotnost vesmíru lineárně narůstá, tato disperse je nezávislá na čase:

$$\Delta a_t = \sqrt{(\Delta a_0)^2 + (\frac{\Delta(m_0\dot{a})}{m}t)^2} = \sqrt{a_0^2 + (\frac{m_0 c t_0}{m_0})^2} = a_0\sqrt{2} \tag{51}$$

Tento výsledek je v souladu s hodnotou $\alpha_{\dot{a}} = 1/\sqrt{2}$ ze vztahu (26). Amplituda tohoto vlnového balíku vztažená k a_0 je potom:

$$|\psi(a=ct;t)|^2 \, a_0 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cong 0.282 \tag{52}$$

To znamená, že je-li velikost vesmíru a, potom na kvantové hladině odpovídající jeho velikosti se nachází asi 28.2 % of celé energie vesmíru. Zbytek energie vesmíru 71.8 % se nachází na ostatních kvantových hladinách.

Pokud se nacházíme na kvantové hladině o velikosti a od imaginárního centra našeho vesmíru, jsme schopni pozorovat pouze hmotu, která se nachází na stejné kvantové hladině. To znamená, že zbytek hmoty našeho vesmíru není pro nás pozorovatelný, přestože gravitací působí na náš vesmír jako celek.

8 Kosmologický posuv spektra

Vnímání (měření) plynutí času bylo zřejmě v minulosti jiné, než je dnes. Fyzikální proces trvající v současnosti 1 s trval v minulosti n_2/n_1 delší čas. Rozměry hmotných objektů byly v minulosti n_2/n_1 krát větší a záření jimi vyzařované mělo n_2/n_1 krát delší vlnovou délku, než by mělo při stejném fyzikálním procesu dnes.

Posuv spektra záření kosmologických objektů je definován:

$$z \equiv \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} \tag{53}$$

Tento vztah předpokládá, že spektrum kosmologického zdroje bylo v minulosti stejné, jako je dnes, a ke kosmologickému posuvu dochází během cesty od zdroje k pozorovateli v důsledku rozpínání vesmíru. Jestliže částice tvořící atomy měly v minulosti menší hmotnost než dnes, potom vyzářená energie byla ekvivalentně menší, než je dnes. Měli bychom proto psát:

$$z = \frac{\lambda_r - \lambda_{e-dnes}}{\lambda_{e-dnes}} \tag{54}$$

Jestliže hmotnost elementárních částic byla v minulosti menší, pak:

$$\lambda_e = \lambda_{e-dnes} \frac{n_r}{n_e} \tag{55}$$

Dle (42), (54) a (55) platí stejně, jak v klasické teorii:

$$z + 1 = \frac{\lambda_r}{\lambda_{e-dnes}} = \frac{\lambda_r}{\lambda_e}\frac{n_r}{n_e} = \frac{a_r}{a_e} \tag{56}$$

9 Zářivost kosmologických zdrojů

Pokud by neexistoval rudý posuv, zdánlivá zářivost l kosmologického zdroje by byla dána vztahem:

$$l = \frac{L}{S} \tag{57}$$

L – celková zářivost kosmologického zdroje

S – plocha, na níž dopadají fotony z kosmologického zdroje.

Energie záření z kosmologického zdroje může klesat třemi způsoby:

1. Energie detekovaných fotonů je menší než jejich původní energie v důsledku rudého posuvu v souladu se vztahem (57).

2. Fotony vyzářené během časového intervalu t_{e-dnes} (čas, který by tento proces trval dnes) dosáhnou svého cíle během časového intervalu Δt_r:

$$\frac{\Delta t_r}{\Delta t_{e-dnes}} = \frac{\lambda_r}{\lambda_{e-dnes}} = 1 + z \tag{58}$$

3. Nesmíme také zapomenout vliv nižší hmotnosti částic v dávné minulosti:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_{e-dnes}} = \sqrt{\frac{a_r}{a_e}} = \sqrt{1+z} \tag{59}$$

Relativní zářivost l typického kosmologického zdroje (kosmologické svíčky) může být pak napsaná ve tvaru:

$$l = \frac{L}{4\pi d_L^2} = \frac{L}{4\pi r_e^2 a^2 (1+z)^{2.5}} \tag{60}$$

d_L – vzdálenost od kosmologického zdroje.

$$d_L = r_e a (1+z)^{1.25} \tag{61}$$

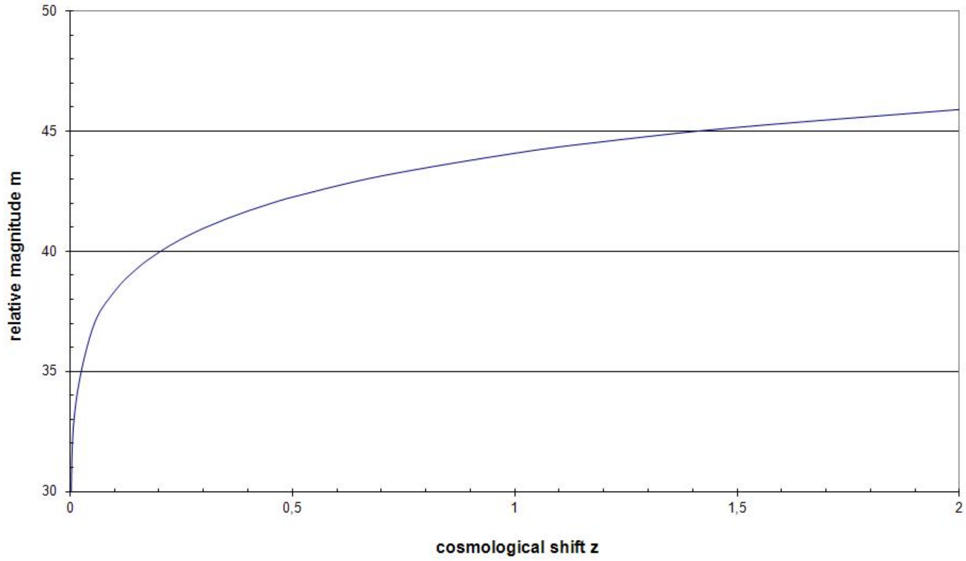
Proměnná r_e je dána dle [1] pro $k = 1$ a $\ddot{a} = 0$ vztahem:

$$r_e = c \sin\left(\int_{t_e}^{t_r} \frac{\mathrm{d}t}{a}\right) = \sin\left(\ln \frac{t_r}{t_e}\right) = \sin\left[\ln(1+z)\right] \tag{62}$$

Relativní magnituda hvězd m je dána vztahem:

$$m = -2.5 \log(l) + 2.5 \log(2.52 \times 10^{-8}) \tag{63}$$

Nyní můžeme vypočítat hodnotu l (pro vhodné L) ve vztahu (60) a vypočítat křivku $m = m(z)$ použitím vztahu (63) (viz obrázek 2). Nejlepší soulad se skutečně naměřenými hodnotami relativních magnitud supernov typu Ia [3] dostaneme pro $L \cong 2.765 \times 10^{28}$ W. Pak se navržený model jeví být v souladu se skutečností.

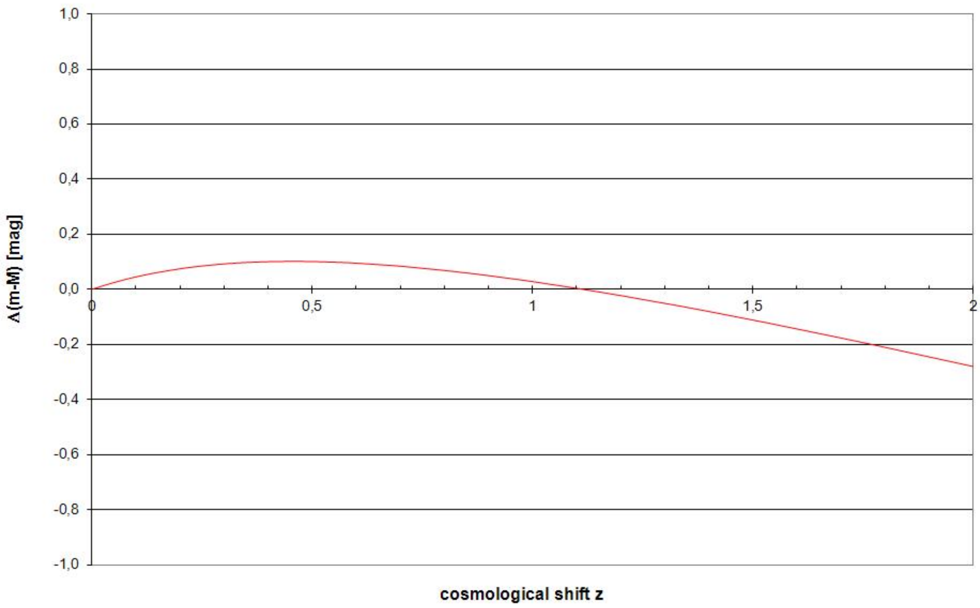


Obrázek 2: Relativní magnitudy supernov ($L = 2.765 \times 10^{28}$ W)

Můžeme sestrojit také tzv. residuální Hubbleho diagram – relativní jasnost supernov vztažená k případu, kdyby byl vesmír prázdný ($\Omega = 0, k = -1, q = 0$) (viz obrázek 3).

$$\Delta(m - M) = 5 \log \left(\frac{r_e}{r_{e0}} \right) \tag{64}$$

$$r_{e0} = \sinh[\ln(1 + z)] \tag{65}$$



Obrázek 3: Residuální Hubbleho diagram – bez uvážení vlivu prachu

Závěr

Náš vesmír nemusí být nutně otevřený a zrychlující své rozpínání, aby byl v souladu se pozorováním a současnými poznatky. V tomto článku jsem se pokusil ukázat, že náš vesmír může být uzavřený a rovnoměrně se rozpínající za předpokladu, že jeho hmotnost roste úměrně jeho velikosti a analogicky jeho velikost roste úměrně jeho hmotnosti podobně jako velikost černé díry.

Reference

[1] Misner Ch. W., Thorne K. S., Wheeler J. A.: Gravitation, W. H. Freeman and Co., San Francisko USA 1973.

[2] Horský J., Novotný J., Štefaník M.: Úvod do fyzikální kosmologie. Academia, Praha 2004.

[3] http://www.astro.ucla.edu/~wright/sne_cosmology.html [18.4.2008].

[4] http://aldebaran.cz/bulletin/2004_33_dma.html [18.4.2008].

[5] http://francis.naukas.com/2018/05/28/gaia-dr-2-podria-haber-resuelto-el-problema-de-la-constante-de-hubble/

[6] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:GalacticRotation2.svg [1.3.2019].