Model rovnoměrně se rozpínajícího vesmíru

Mgr. Rostislav Szeruda
Roznov p.R. Czech Republic

22. srpna 2015

Abstrakt

This article deals with possibility of finding an alternative model to the expanding universe model which can be in accordance with our astronomical observation. There is considered an easy but not usual model of closed universe with $k = 1$, $\Lambda = 0$ and $\ddot{a} = 0$ providing that mass of this universe is not constant but stepwise increasing.

Klíčová slova: kosmologie, vesmír, černá díra, rychlost světla

1 Vesmír rozpínající se stálou rychlostí

Představme si vesmír, který se rozpíná konstantní rychlostí. Uvažujme možnost, že rychlost rozpínání tohoto vesmíru určuje, jakou okamžitou rychlostí se elementární částice uvnitř něj pohybují. Předpokládejme, že částice s nulovou klidovou hmotností (fotony) se mohou pohybovat stejně rychle, jak se vesmír rozpíná. Tedy:

$$\dot{a} \equiv c \tag{1}$$

Předpokládejme, že ostatní částice s nenulovou klidovou hmotností se snaží pohybovat stejně rychle, ale protože mají nenulovou klidovou hmotnost, nedaří se jim to. Čím víc se jejich rychlost blíží k rychlosti světla ve vakuu, tím více se jejich hmotnost zvyšuje a brání jim se pohybovat rychleji. Uvažujme model vesmíru popsaný Friedmannovými rovnicemi:

$$3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{3kc^2}{a^2} - \Lambda c^2 = 8\pi G\rho \tag{2}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}\left(\rho c^2 + 3p\right) + \frac{\Lambda c^2}{3} \tag{3}$$

G – gravitační konstanta

c – rychlost světla ve vakuu

$\rho = \rho(t)$ – hustota vesmíru

$p = p(t)$ – tlak ve vesmíru

a – expansní funkce vesmíru

$\dot{a}$ – rychlost rozpínání vesmíru (pro tento model $\dot{a} = c$)

$\ddot{a}$ – zrychlování rozpínání vesmíru (pro tento model $\ddot{a} = 0$)

k – parameter křivosti vesmíru

Λ – kosmologická konstanta

Uvažujme dále Riemannův prostor s kladnou křivostí, kde:

1. $k = 1$.
2. Kosmologická konstanta $\Lambda = 0$.

Friedmannovy rovnice se zjednoduší:

$$2c^2 = \frac{8}{3}\pi G \rho a^2 = konst. \tag{4}$$

$$p = -\frac{1}{3}c^2\rho \tag{5}$$

Hustota vemíru je pak nepřímo úměrná čtverci expansní funkce a. To znamená, že rovnoměrně se rozpínající vesmír je možný pouze za podmínky, že jeho hmotnost není konstantní, ale roste úměrně a:

$$M = Ka \tag{6}$$

K – konstanta.

Máme tedy model vesmíru, který čím víc hmoty obsahuje, tím je větší a naopak. Takový vesmír připomíná černou díru. Její velikost je přímo úměrná množství hmoty, kterou obsahuje.

$$a_\bullet = \frac{2GM_\bullet}{c^2} \tag{7}$$

$a_\bullet$ – poloměr černé díry (Schwarzschildův poloměr, horizont událostí)

$M_\bullet$ – hmotnost černé díry.

Uvažujme možnost, že tento vesmír splňuje Schwarzschildovu podmínku. Změna vnitřní energie takového vesmíru odpovídá změně jeho energie. Vesmír si nevyměňuje teplo se svým okolím. Potom první věta termodynamiky má jednoduchý tvar, který můžeme vyjádřit takto:

$$\mathrm{d}U = -p\mathrm{d}V = c^2\mathrm{d}M. \tag{8}$$

Tlak v tomto vesmíru p je záporný při kladné hustotě energie. Je popsán rovnicí (5). Hmota i záření vytvářejí pozitivní tlak. Jak ale uvidíme dále, přesně tato hodnota záporného tlaku je důsledkem rozpínání vesmíru a současného nárustu jeho hmotnosti.

2 Na počátku

Uvažujme, že na počátku našeho vesmíru existovalo pouze jedno kvantum energie s hmotností M_0. Časoprostor, kde se toto kvantum vyskytovalo byl omezen Schwarzschildovým poloměrem. Jeho pohyb byl omezen Heisenbergovým principem neurčitosti.

Hmota prvotního kvanta začne narůstat. Zvětší se Schwarzschildův poloměr a tím i prostor. Primární kvantum má více prostoru, kde se může nacházet a pohybovat. Jeho rychlost začne narůstat na hodnotu blízkou rychlosti rozpínání vesmíru. Čím rychleji se bude pohybovat, tím menší se bude jevit. Zvýšením hmotnosti primárního kvanta vzniká možnost jeho rozpadu na menší kvanta.

Částice s nulovou klidovou hmotností - fotony se pohybují z jednoho bodu prostoru do druhého rychlostí světla ve vakuu nejkratší cestou (po geodetice). Hmotná kvanta (chladné elementární částice) se pohybují okamžitou rychlostí blízkou rychlosti světla ve vakuu prostorem tam a zpět. Jejich výsledná rychlost se tak jeví mnohem menší.

Jak se vesmír rozpíná, rychlost pohybu všech hmotných kvant energie se zvyšuje a limitně se blížit k rychlosti světla ve vakuu. Tak dojde k nárustu hmoty ve vesmíru bez toho, aby vesmír přijímal nějakou energii z vnějšku. Hmotnost vesmíru (počátečního kvanta) vzrůstá potom dle vztahu:

$$M = \alpha_{v_m} M_0 = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v_m^2}{\dot{a}^2}}} = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v_m^2}{c^2}}} \tag{9}$$

v_m – okamžitá rychlost pohybu všech elementárních částic s nenulovou klidovou hmotností.

Velikost hmotných částic se bude jevit menší z důvodu relativistické kontrakce:

$$l = \frac{l_0}{\alpha_{v_m}} = l_0\sqrt{1 - \frac{v_m^2}{\dot{a}^2}} = l_0\sqrt{1 - \frac{v_m^2}{c^2}} \tag{10}$$

Pro vnitřního pozorovatele se hmotnost vesmíru bude jevit jiná, než vyplývá ze vztahu (9). Neví, že se on a velikost kvant, které ho tvoří, s časem zmenšuje. Bere je jako s časem neměnný standard. Zjistíli jednoho dne, že gravitační přítažlivost mezi ním a planetou, na které žije, s časem roste, bude to přičítat nárustu jejich hmoty a ne zmenšení vzdálenosti mezi jejich těžišti.

Hmotnost a velikost vesmíru se proto budou jevit vnitřnímu pozorovateli $n = \alpha_{v_f}$ násobně větší. Uvažume, že změna hmotnosti, délky a času neprobíhá spojitě ale po skocích, které můžeme popsat přirozenými čísly N a n, kde $N = n^2 = \alpha_{v_m}^2$:

$$a = Na_0 = n^2 a_0 = \alpha_{v_m}^2 a_0 \tag{11}$$

$$M = NM_0 = n^2 M_0 = \alpha_{v_m}^2 M_0 \tag{12}$$

a čas plyne nespojitě také:

$$t = Nt_0 = n^2 t_0 = \alpha_{v_m}^2 t_0 \tag{13}$$

n, N – přirozená čísla větší než nula.

Okamžitá rychlost kvant energie s klidovou hmotností má nyní tvar:

$$v_m = \dot{a}\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = c\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \tag{14}$$

Čím je vesmír starší, tím je okamžitá rychlost částic s nenulovou klidovou hmotností blíže rychlosti rozpínání vesmíru

$$\lim_{n \to \infty} v_m = c$$

V současnosti jsou tyto dvě hodnoty prakticky nerozlišitelné.

3 Hustota vesmíru

Pro uzavřený vesmír ($k = 1$) můžeme expanzní funkci a nazvat poloměrem vesmíru. Objem vesmíru představuje elementární mezisféru s povrchy $4\pi a^2 \sin\psi^2$ a tloušťkou $a\mathrm{d}\psi$ ($0 \le \psi \le \pi$). Získáme ho integrací:

$$V = a^3 4\pi \int_0^\pi \sin^2\psi \mathrm{d}\psi = 2\pi^2 a^3 \tag{15}$$

Objem vesmíru představuje povrch 4-rozměrné koule. Hustotu vesmíru můžeme vyjádřit pomocí vztahů (6) a (15):

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{K}{2\pi^2 a^2} \tag{16}$$

Můžeme také vypočítat hustotu ze vztahu (4), ale tato rovnice není zřejmě přesná. Dosud jsme totiž neuvažovali žádný relativistický efekt spojený s rychlostí rozpínání vesmíru $\dot{a}$. Měli bychom ji však také považovat za součást rychlosti hmotných objektů. Měli bychom proto uvažovat relativistické skládání dvou kolmých rychlostí.

Rychlost expanze vesmíru $\dot{a}$ má směr kolmý k našim třem dimenzím a ke všem vektorům rychlosti v něm. Můžete to vyjádřit dodáním imaginárního členu před hodnotu rychlosti expanze. Obecně můžeme vyjádřit rychlost hmotného objektu w tímto způsobem:

$$w = v + \mathrm{i}\dot{a} \tag{17}$$

v – rychlost v našem 3-dimenzionálním vesmíru

Druhou mocninu w pak můžeme vyjádřit ve tvaru:

$$w^2 = v^2 - \dot{a}^2(1 - \frac{v^2}{c^2}) \tag{18}$$

Nyní Einsteinův relativistický koeficient α nabývá obecnější tvar:

$$\alpha_w = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}} = \alpha_v \alpha_{\dot{a}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\dot{a}^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{19}$$

První koeficient α_v ve vztahu (19) je standardní tvar Einsteinova koeficientu α. Druhý koeficient $\alpha_{\dot{a}}$ je svázaný s rychlostí rozpínání vesmíru a je tedy konstantní.

Vlnové klubko svázané s vesmírem vykazuje dispersi, která způsobuje, že se jeví být větší. Protože hmotnost vesmíru lineárně narůstá, tato disperse je nezávislá na čase:

$$\Delta a_t = \sqrt{(\Delta a_0)^2 + (\frac{\Delta(m_0 \dot{a})}{m} t)^2} = \sqrt{a_0^2 + (\frac{m_0 \dot{a}}{N m_0} N t_0)^2} = a_0 \sqrt{2} \tag{20}$$

Tento výsledek je v souladu s hodnotou $\alpha_a = 1/\sqrt{2}$ ze vztahu (19). Abychom dostali hustotu, která souhlasí s pozorováním, musíme hodnotu a ve vztahu (4) znásobit odmocninou ze 2. Po opravě:

$$\rho = \frac{3(\dot{a}^2 + \dot{a}^2)}{8\pi G(\sqrt{2}a)^2} = \frac{3\dot{a}^2}{8\pi G a^2} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \rho_k \tag{21}$$

H – Hubbleho konstanta:

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \frac{c}{a} \tag{22}$$

Hustota vesmíru je nyní rovna kritické hustotě. To je v souladu s pozorováním. Na rozdíl od inflačního modelu se tak děje nejen efektivně.

Srovnáním vztahů (21) a (16) získáme hodnotu konstanty K:

$$K = \frac{3\pi \dot{a}^2}{4G} = \frac{3\pi c^2}{4G} \cong 3.18 \times 10^{27}\, kgm^{-1} \tag{23}$$

Vesmír v tomto modelu je nejen uzavřený, ale splňuje také Schwarzschildův vztah pro černé díry, protože vše v tomto vesmíru leží pod horizontem událostí:

$$a_g = \frac{2GM_g}{c^2} = \frac{2GKa}{c^2} = \frac{3\pi}{2}a \tag{24}$$

a_g – Schwarzschildův poloměr (horizont událostí)

$M_g = M$ – hmotnost vesmíru.

Pohyb hmoty ve směru rozpínání vesmíru a její časový nárust vyvolávají sílu, která má velikost:

$$F = \mathrm{i}^2 \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} c = -Kc^2 \tag{25}$$

Tato síla působí na plochu:

$$S = 6\pi^2 a^2 \tag{26}$$

Vzniká tak tlak, který již známe ze vztahu (5):

$$p = \frac{-Kc^2}{6\pi^2 a^2} = -\frac{1}{3}c^2 \rho \tag{27}$$

Tlak ve vesmíru je tedy záporný. Kladný tlak částic a záření je jevem spíše lokálním a nemusí mít na vesmír jako celek žádný vliv.

4 Minimální délka, čas a hmotnost

Uvažujme dále, že minimální hodnota poloměru vesmíru a_0 je dána vztahem pro minimální vlnové klubko:

$$a_0 = \frac{\hbar}{2M_0 c} = \frac{\hbar}{2Ka_0 c} = \sqrt{\frac{2\hbar G}{3\pi c^3}} \cong 7.44 \times 10^{-36}\, m \tag{28}$$

Nejmenší časový interval je potom:

$$t_0 = \frac{a_0}{c} = \sqrt{\frac{2\hbar G}{3\pi c^5}} \cong 2.48 \times 10^{-44}\, s \tag{29}$$

Minimální hmotnost vesmíru M_0 je dána vztahem:

$$M_0 = Ka_0 = \sqrt{\frac{3\pi \hbar c}{8G}} \cong 2.36 \times 10^{-8}\, kg \tag{30}$$

5 Nelokální nárust hmotnosti

Jak se vesmír rozpíná, rychlost kvant vzrůstá. Jejich hmotnost a hmotnost celého vesmíru rosté také. Zatímco velikost vesmíru roste, velikost kvant energie se relativistickou dilatací délky zmenšuje. Současně probíhá dilatace časového intervalu.

Víme již, jak se mění hmotnost a velikost vesmíru jako celku. Podívejme se nyní, jak se mění hmotnost a velikost jeho částí. Hmotnost všech hmotných objektů by se měla měnit dle rovnice:

$$m_2 = m_1 \frac{t_2}{t_1} = m_1 \frac{N_2}{N_1} \tag{31}$$

m_1 – hmotnost objektu v čase t_1

m_2 – hmotnost objektu v čase t_2

Platí-li vztah (31) i pro fotony, a přesto pozorujeme rudý posuv, znamená to, že musí docházet k fragmentaci původního kvanta energie do většího počtu menších kvant energie. Roste-li počet kvant energie, roste i počet elektromagnetických vazeb zprostředkovávaný fotony mezi nimi. Hmotnost fotonů tedy neroste, ale roste jejich počet úměrně počtu kvant energie částic s nenulovou klidovou hmotností. Pak vztah (31) můžeme přepsat do tvaru:

$$m_{f2} = \frac{m_{f1}}{n_f} \frac{t_2}{t_1} = \frac{m_{f1}}{n_f} \frac{N_2}{N_1} \tag{32}$$

n_f – počet částic vzniklých z původní částice

m_{f1} – hmotnost fotonu v minulosti v čase t_1

m_{f2} – hmotnost fotonu v minulosti v čase t_2

Jestliže vesmír s teplotou T_1 v čase t_1 obsahoval n_{f1} částic, pak by měl mít v čase t_2 teplotu T_2 a obsahovat n_{f2} částic:

$$\frac{n_{f2}}{n_{f1}} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} \frac{T_1}{T_2} = \frac{a_2}{a_1} \frac{T_1}{T_2} = \frac{N_2}{N_1} \frac{T_1}{T_2} \tag{33}$$

Po vložení do (31):

$$m_{f2} = m_{f1} \frac{T_2}{T_1} \tag{34}$$

a

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{T_1}{T_2} \tag{35}$$

Protože teplota vesmíru klesá, hmotnost fotonů musí klesat také. Záření na cestě vesmírem chladne. K cíli ale dorazí více fotonů - tolik, jako by vesmír v minulosti obsahoval stejné množství hmoty jako dnes.

Hmotnost částic s nenulovou klidovou hmotností poroste dle (31), ale zároveň jejich vlnová délka se bude prodlužovat dle (35). Jejich hmotnost pak bude dána vztahem:

$$m_2 = N m_1 \frac{T_2}{T_1} \tag{36}$$

m_1 – hmotnost částice s klidovou hmotností v čase t_1

m_2 – hmotnost částice s klidovou hmotností v čase t_2

Vztahy (34) a (36) popisují pozorovatelnou hmotnost. Ta je zjevně menší, než hmotnost, kterou by měl mít sledovaný hmotný systém dle vztahu (31). Hmotu odpovídající tomuto rozdílu, nemůže přímo pozorovat, ale můžeme pozorovat její gravitační účinky. Nejedná se o nic nám neznámého - nazýváme ji: “temnou hmotou”.

Princip nelokálního růstu hmotnosti hmotných objektů může tedy jednoduše vysvětlit existenci tzv. temné hmoty. Jestliže se vesmír rozpíná a hmotné objekty se naopak smršťují, temná hmota jimi vyprodukována, protože jen minimálně interaguje s běžnou hmotou, nebude mít tendenci se smršťovat spolu s galaxií, ale bude se jakoby přesunovat do jejich vnějších oblastí a ovlivňovat zde pohyb hvězd - způsobí ”plochost”jejich rotační křivky.

6 Teplota vesmíru

Chová-li se vesmír jako černá díra, potom by v oblasti Schwarzschildova poloměru měl být charakterizován teplotou:

$$T_{Ng} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G n M_0} = \frac{T_{0g}}{n} \cong \frac{5.20 \times 10^{30}}{n}\,\mathrm{K} \tag{37}$$

Ve vztahu (Ro34) je hodnota n (místo N) použita, protože teplota horizontu černé díry a vesmíru je dána jeho skutečnou hmotností. Počáteční teplota vesmíru by pak byla $T_{0g} \cong 5.20 \times 10^{30}\,\mathrm{K}$. Teplota vesmíru je dnes mnohem nižší a měla by odpovídat teplotě reliktního záření $T_r = 2.726\,\mathrm{K}$. Vztah (36) a (35) získavají potom tvar:

$$m_{f2} = m_{f1} \frac{n_1}{n_2} = m_{f1} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \tag{38}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{n_2}{n_1} = \lambda_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \tag{39}$$

Jestliže se vlnová délka zvětšuje dle vztahu (39) a záření vesmíru klesá podle (37), potom bude mít charakter záření černého tělesa.

Vztah (36) pro chladné částice má nyní tvar:

$$m_2 = m_1 \frac{n_2}{n_1} = m_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \tag{40}$$

Ze vztahu (33) můžeme nyní spočítat počet kvant energie obsažených ve vesmíru:

$$n_f = n^3 \tag{41}$$

Hmotnost vesmíru vzrůstá během jeho rozpínání, ale hmotnost klidových kvant energie se snižuje. Nejmenší hmotná kvanta mají nyní energii:

$$E_{0f} = M_{0f}c^2 = \frac{n^2 M_0 c^2}{n^3} = \frac{M_0 c^2}{n} \tag{42}$$

Výkon vyzařovaný (podle Stefanova-Boltzmannova zákona) z oblasti horizontu je nezávislý na hodnotě N:

$$P = \sigma A_N T_{Ng}^4 = \sigma \left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}a}\right)_{a_g} T_{Ng}^4 = \sigma 6\pi^2 \left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 \frac{N^2 a_0^2 T_{0g}^4}{n^4} \cong 3.01 \times 10^{48}\,\mathrm{W} \tag{43}$$

σ – Stefanova-Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.6705 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$

A_N – povrch černé díry (v oblasti horizontu černé díry).

Znásobením výkonu jednotkou času t_0, dostaneme energii, kterou vesmír vyzařuje podobně jako černá díra vyzařuje energii ze svého horizontu. Otázkou je, kam je vyzařována. Uvažíme-li, že náš vesmír má charakter povrchu 4-rozměrné koule a záření pohybující se libovolným směrem není schopno utéct z jejího povrchu. Zůstane jeho částí navždy. Horizont černé díry svázané s naším vesmírem je tak všude a nikde. Produkuje záření, které prochází celým vesmírem.

Teplota záření vyzářeného na počátku vesmíru je dnes stejná jako teplota záření původem z horizontu událostí. Vesmír se jeví jako vnitřek černého tělesa, kde hustota záření je dána vztahem:

$$U = \frac{\pi^2}{15} \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3} \tag{44}$$

Pro teplotu reliktního záření $T_r = 2.726\,\mathrm{K}$ vyplývá ze vztahu (44) hustota energie $U \cong 4.18 \times 10^{-14}\,\mathrm{Jm^3} \cong 0.26\,\mathrm{eVcm^3}$, což je hodnota dobře korespondující s naměřenou hodnotou hustoty reliktního záření $0.25\,\mathrm{eVcm^3}$.

V prvním okamžiku existence vesmíru ($n = 1$) existovalo pouze jediné kvantum energie s hmotností M_0 a de Broglie vlnovou délkou λ_0. V následující chvíli ($n = 2$) existovalo již 8 kvant energie s hmotností $M_0/2$ a vlnovou délkou $2\lambda_0$. De Broglieho vlnová délka původního kvanta se ale nerozplynula. I když se rozpadlo na menší kvanta, hmotnost celku se zvýšila.

Tak v čase $t = n^2 t_0$ existovalo již n^3 kvant energie s hmotností M_0/n a řada de Broglieho vln $\lambda_0, 2\lambda_0, 3\lambda_0, \ldots, n\lambda_0$.

Výskyt kvant energie je nejvíce pravděpodobný tam, kde je amplituda de Broglieho vln největší. Složením řady de Broglieho vln se stejnou aplitudou vznikne složitý prostorový vzor ovlivňující hustotu distribuce a fluktuací teploty reliktního záření.

7 Kosmologický posuv spektra

Vnímání (měření) plynutí času bylo zřejmě v minulosti jiné, než je dnes. Fyzikální proces trvající v současnosti 1 s trval v minulosti n_2/n_1 delší čas. Rozměry hmotných objektů byly v minulosti n_2/n_1 krát větší a záření jimi vyzařované mělo n_2/n_1 krát delší vlnovou délku, než by mělo při stejném fyzikálním procesu dnes.

Posuv spektra záření kosmologických objektů je definován:

$$z \equiv \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} \tag{45}$$

Tento vztah předpokládá, že spektrum kosmologického zdroje bylo v minulosti stejné, jako je dnes, a ke kosmologickému posuvu dochází během cesty od zdroje k pozorovateli v důsledku rozpínání vesmíru. Jestliže měli v minulosti částice tvořící atomy menší hmotnost než dnes, potom vyzářená energie byla ekvivalentně menší, než je dnes. Měli bychom proto psát:

$$z = \frac{\lambda_r - \lambda_{e-dnes}}{\lambda_{e-dnes}} \tag{46}$$

Jestliže hmotnost elementárních částic byla v minulosti menší, pak:

$$\lambda_e = \lambda_{e-dnes} \frac{n_r}{n_e} \tag{47}$$

Dle (**??**), (**??**) a (**??**) platí stejně, jak v klasické teorii:

$$z + 1 = \frac{\lambda_r}{\lambda_{e-dnes}} = \frac{\lambda_r}{\lambda_e}\frac{n_r}{n_e} = \frac{N_r}{N_e} = \frac{a_r}{a_e} \tag{48}$$

8 Velikost, věk a hmotnost vesmíru

Ze vztahu (37) vyplývá možnost najít aktuální hodnotu $N = n^2$ za předpokladu, že teplota reliktního záření $T_r = 2.726\,\mathrm{K}$ odpovídá současné teplotě vesmíru a teplotě záření původem z raného vesmíru:

$$N = \left(\frac{T_{0g}}{T_{Ng}}\right)^2 = \frac{a_g}{a}\left(\frac{T_{0g}}{T_r}\right)^2 = \frac{3\pi}{2}\left(\frac{T_{0g}}{T_r}\right)^2 \cong 1.71 \times 10^{61} \tag{49}$$

Z toho:

$$n \cong 4.14 \times 10^{30} \tag{50}$$

Velikost vesmíru (z pohledu vnitřního pozorovatele) je pak:

$$a = Na_0 \cong 1.28 \times 10^{26}\,\mathrm{m} \tag{51}$$

Hubbleho konstanta H je dle (**??**):

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \cong \frac{c}{Na_0} \cong 2.35 \times 10^{-18}\,\mathrm{s}^{-1} \cong 72.62\,\mathrm{kms}^{-1}\mathrm{Mpc}^{-1} \tag{52}$$

Aktuální věk našeho vesmíru je pak:

$$t = Nt_0 = N\frac{a_0}{c} = \frac{1}{H} \cong 13.5 \times 10^9\,\mathrm{years} \tag{53}$$

Hmotnost vesmíru je (z pohledu vnitřního pozorovatele):

$$M = NM_0 \cong 4.05 \times 10^{53}\,\mathrm{kg} \tag{54}$$

Ze vztahu (42) vyplývá, že aktuální velikost nejmenších volných chladných kvant energie je:

$$m_{0f} = \frac{M_0}{\sqrt{N}} \cong 5.71 \times 10^{-39}\,\mathrm{kg} \tag{55}$$

9 Pozorovatelné množství energie

Představme si, že s celým vesmírem je svázán standardizovaný vlnový balík, který se pohybuje ve směru rozpínání vesmíru:

$$|\psi(a;t)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta a_t} \exp\left[-\frac{(a-ct)^2}{2(\Delta a_t)^2}\right] \tag{56}$$

Δa_t – je dáno vztahem (20).

Disperse tohoto vlnového balíku neroste v důsledku rozpínání vesmíru, ale zůstává stejná. Jeho amplituda vztažená k a_0 je potom:

$$|\psi(a = ct;t)|^2\, a_0 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cong 0.282 \tag{57}$$

To znamená, že je-li velikost vesmíru a, potom na kvantové hladině odpovídající jeho velikosti se nachází asi 28.2 % of celé energie vesmíru. Zbytek energie vesmíru 71.8 % se nachází na ostatních kvantových hladinách.

Pokud se nacházíme na kvantové hladině o velikosti a od imaginárního centra našeho vesmíru, jsme schopni pozorovat pouze hmotu, která se nachází na stejné kvantové hladině. To znamená, že zbytek hmoty našeho vesmíru není pro nás pozorovatelný, přestože gravitací působí na náš vesmír jako celek.

10 Zářivost kosmologických zdrojů

Pokud by neexistoval rudý posuv, zdánlivá zářivost l kosmologického zdroje by byla dána vztahem:

$$l = \frac{L}{S} \tag{58}$$

L – celková zářivost kosmologického zdroje

S – plocha, na níž dopadají fotony z kosmologického zdroje.

Energie záření z kosmologického zdroje může klesat třemi způsoby:

1. Energie detekovaných fotonů je menší než jejich původní energie v důsledku rudého posuvu v souladu se vztahem (48).
2. Fotony vyzářené během časového intervalu t_{e-dnes} (čas, který by tento proces trval dnes) dosáhnou svého cíle během časového intervalu Δt_r:

$$\frac{\Delta t_r}{\Delta t_{e-dnes}} = \frac{\lambda_r}{\lambda_{e-dnes}} = 1 + z \tag{59}$$

3. Nesmíme také zapomenout vliv nižší hmotnosti částic v dávné minulosti:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_{e-dnes}} = \sqrt{\frac{a_r}{a_e}} = \sqrt{1+z} \tag{60}$$

Relativní zářivost l typického kosmologického zdroje (kosmologické svíčky) může být pak napsaná ve tvaru:

$$l = \frac{L}{4\pi d_L^2} = \frac{L}{4\pi r_e^2 a^2 (1+z)^{2.5}} \tag{61}$$

d_L – vzdálenost od kosmologického zdroje.

$$d_L = r_e a (1+z)^{1.25} \tag{62}$$

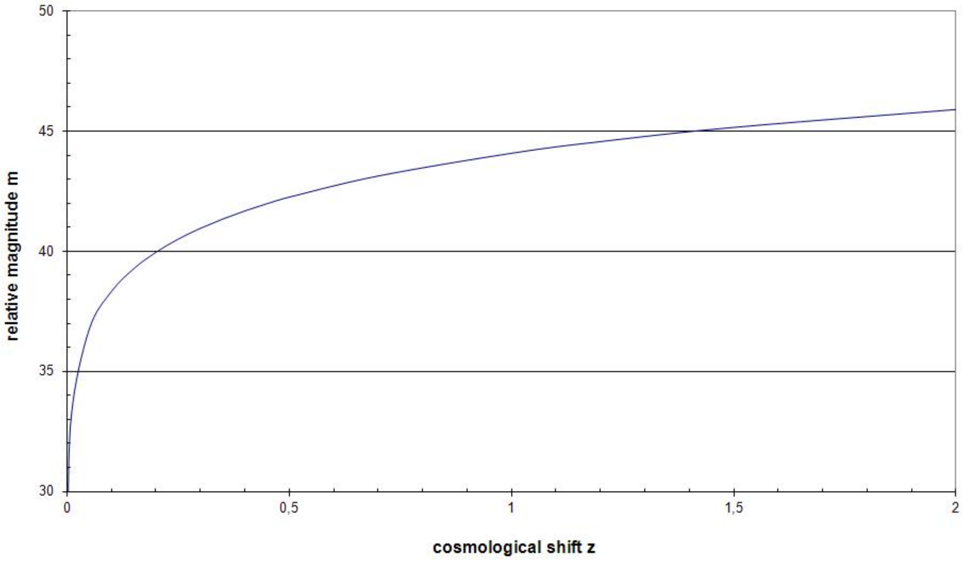
Proměnná r_e je dána dle [1] pro $k = 1$ a $\ddot{a} = 0$ vztahem:

$$r_e = c \sin\left(\int\limits_{t_e}^{t_r} \frac{\mathrm{d}t}{a}\right) = \sin\left(\ln\frac{t_r}{t_e}\right) = \sin\left[\ln\left(1+z\right)\right] \tag{63}$$

Relativní magnituda hvězd m je dána vztahem:

$$m = -2.5\log\left(l\right) + 2.5\log(2.52 \times 10^{-8}) \tag{64}$$

Nyní můžeme vypočítat hodnotu l (pro vhodné L) ve vztahu (61) a vypočítat křivku $m = m(z)$ použitím vztahu (64) (viz obrázek 1). Nejlepší soulad se skutečně naměřenými hodnotami relativních magnitud supernov typu Ia [3] dostaneme pro $L \cong 2.765 \times 10^{28}$ W. To naznačuje, že navržený model může být v souladu se skutečností.

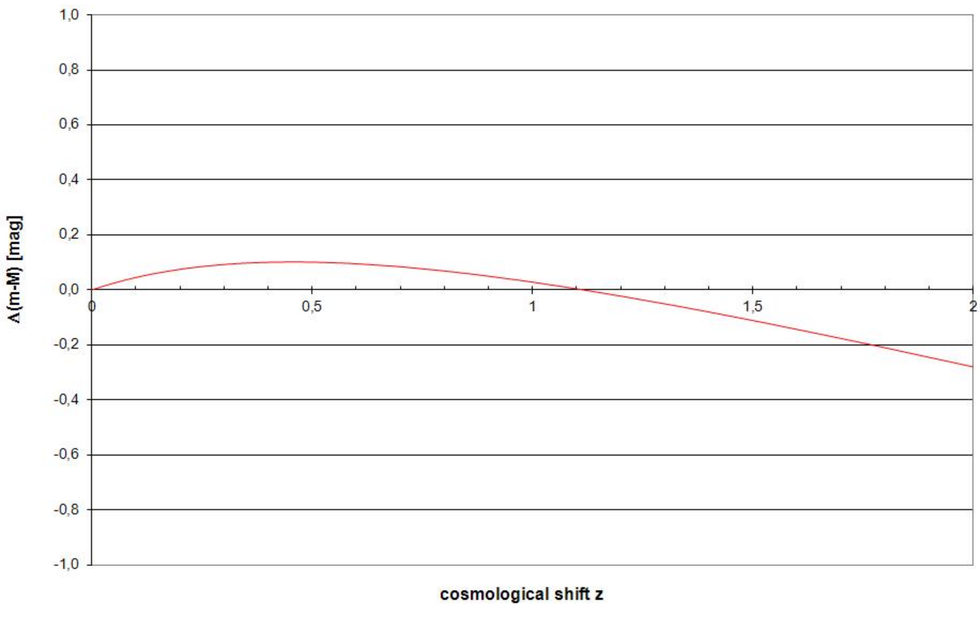


Obrázek 1: Relativní magnitudy supernov ($L = 2.765 \times 10^{28}$ W)

Můžeme sestrojit také tzv. residuální Hubbleho diagram – relativní jasnost supernov vztažená k případu, kdyby byl vesmír prázdný ($\Omega = 0, k = -1, q = 0$) (viz obrázek 2).

$$\Delta(m - M) = 5 \log \left(\frac{r_e}{r_{e0}} \right) \tag{65}$$

$$r_{e0} = \sinh[\ln(1 + z)] \tag{66}$$



Obrázek 2: Residuální Hubbleho diagram – bez uvážení vlivu prachu

Závěr

Náš vesmír nemusí být nutně otevřený a zrychlující své rozpínání, aby byl v souladu se pozorováním a současnými poznatky. V tomto článku jsem se pokusil ukázat, že náš vesmír může být uzavřený a rovnoměrně se rozpínající za předpokladu, že jeho hmotnost roste úměrně jeho velikosti a analogicky jeho velikost roste úměrně jeho hmotnosti podobně jako velikost černé díry.

Reference

[1] Misner Ch. W., Thorne K. S., Wheeler J. A.: Gravitation, W. H. Freeman and Co., San Francisko USA 1973.

[2] Horský J., Novotný J., Štefaník M.: Úvod do fyzikální kosmologie. Academia, Praha 2004.

[3] http://www.astro.ucla.edu/~wright/sne_cosmology.html [18.4.2008].

[4] http://aldebaran.cz/bulletin/2004_33_dma.html [18.4.2008].